Le rôle des problèmes dans la « Méthode facile d'arithmétique pratique » de Gemma Frisius

Christelle Serra^a

Professeure au collège Liberté, 4 rue de Verdun, 94550 Chevilly Larue, France. Masterante à l'EHESS de 2011 à 2013

Résumé. Cette contribution est le fruit d'une réflexion sur l'intérêt d'étudier les « séries de problèmes » contenues dans les six versions originales de l'*Arithmeticae practicae methodus facilis*. L'objectif de cet article est de montrer que Gemma Frisius joue sur « la mise en série » des problèmes pour faire cohabiter l'algorisme universitaire et l'arithmétique marchande. Tout d'abord, nous présentons le cadre général de la recherche effectuée à partir de cette arithmétique pratique du XVI^e siècle pour décrypter le sens de la « Méthode » de son auteur. Nous donnons quelques éléments de contexte sur l'auteur et sa « Méthode facile d'arithmétique pratique » qui est ancrée dans des pratiques d'enseignement et des pratiques de « vie quotidienne ». Ce texte évolutif, au carrefour de deux traditions, a été pensé pour préparer à l'algèbre. Ensuite, nous examinons la variété et l'agencement d'un premier ensemble de problèmes dont la mise en série suit l'ordre des chapitres et la structure de l'ouvrage. Enfin, pour illustrer notre hypothèse, nous étudions le destin d'une série particulièrement éclectique de problèmes variés et sa disparition au profit d'un chapitre sur l'usure.

Abstract. *The role of problems in Gemma Frisius' Easy Method for practical arithmetic.* This paper derives from the reflection on the role of "series of problems" in the six original version of Gemma Frisius's *Arithmeticae practicae methodus facilis* written and re-edited in the 16th century. Its aim is to show that Gemma Frisius plays with various ways to order problems in order to conciliate the traditional *algorismus* treatises with the kind of arithmetic aimed at merchants. The general framework of our research on Frisius's treatise is first described, with its focus on understanding the meaning of calling it a "method". Then we give some elements of context on the author and his "easy method of practical arithmetic", which is rooted in his teaching practice as well as in "everyday activities". We explain that this evolving text lies at the crossroad of two traditions and has been conceived to prepare one to algebra. In the next part, we examine the variety and organization of a first set of problems that have been organized according to the order of chapters and to the structure of the whole treatise. We finally illustrate our hypothesis by examining the fate of a particularly eclectic collection of problems that disappeared in later editions in favor of a new chapter devoted to usury.

---

^a e-mail : Chrystelle.serra@ac-creteil.fr

1. Introduction

Cette contribution fait suite à deux interventions menées dans le cadre du Plan Académique de Formation : *Problèmes et énigmes au carrefour des cultures*.

1.1 Genèse d'une recherche

D'abord intéressée, en tant que professeur de mathématiques en collège, par l'art de penser¹ et la logique d'enseignement et d'apprentissage de la Renaissance en mathématique, je me suis penchée, dans le cadre du Diplôme de l'EHESS, sur la démonstration en géométrie, en algèbre et en logique, chez les mathématiciens de la Renaissance. J'ai commencé par étudier les arithmétiques pratiques qui se développaient à cette époque, changeant les « façons de faire » par l'expansion des méthodes de calcul des algorismes (le calcul écrit et l'usage des chiffres indiens). Cherchant à appréhender la systématique – ou non – de l'introduction de l'algèbre au cursus universitaire, j'ai été intriguée par l'arithmétique pratique d'un mathématicien néerlandais, cosmographe du roi, Gemma Frisius. En effet, ce dernier qui était de formation classique, en relation avec ses contemporains et attentif aux développements des mathématiques de son époque, ne traite pas d'algèbre dans son compendium d'arithmétique intitulé « Méthode facile d'arithmétique pratique ». En outre, dans ce traité, Gemma Frisius propose une nouvelle méthode arithmétique pour résoudre des problèmes relevant habituellement de l'algèbre : il amplifie la règle de fausse position pour l'appliquer à des problèmes du second, troisième et quatrième degrés.

Pour comprendre ce choix – que je prenais alors pour un rejet de l'algèbre- j'ai mené une première enquête² sur l'arithmétique au XVI^e à partir de cet ouvrage. L'objectif était de m'immerger dans une arithmétique pratique de cette époque afin de comprendre la distinction faite entre les arithmétiques pratiques universitaires et les arithmétiques marchandes. Dans un deuxième temps j'ai repéré et comparé les différentes éditions et traductions de cet ouvrage. *L'Arithmeticae practicae methodus facilis* de Gemma Frisius, publiée pour la première fois à Anvers en 1540, a été imprimée en un nombre important d'éditions ou rééditions de 1540 à 1661³. J'ai alors découvert une arithmétique pratique représentative de son époque – par les activités de son auteur, le succès de ce compendium d'arithmétique et son contenu au carrefour de deux traditions. Mais j'ai également identifié une source de notre « culture » de problèmes en collège, en mathématiques aujourd'hui. De plus, par le souci constant de Gemma Frisius de s'ancrer dans le monde « des affaires humaines », j'ai retrouvé, avec lui, un art de penser, un art et un intérêt à faire des mathématiques et une manière de voir le monde.

1.2 La problématique générale

Au cours de cette première enquête, j'ai été intriguée par les différentes remarques de Gemma sur l'ordre qu'il proposait dans son livre, et par le titre dans lequel apparaît pour la première fois un lien inhabituel à l'époque entre méthode -*methodus*- et arithmétique. Ces deux objets d'attention sous-entendant un projet particulier de réorganisation du savoir, je me suis alors retrouvée avec des pistes de recherche répondant à ma problématique de départ. J'ai donc poursuivi, dans le cadre du Master à l'EHESS, mon étude sur ce traité d'arithmétique pratique et son auteur. L'objectif était de déchiffrer le sens de la « Méthode » au travers de l'évolution de son texte et de montrer que son arithmétique a été écrite et pensée pour préparer à l'algèbre. Pour ce faire, un des aspects du texte auquel il faut prêter attention sont les problèmes et la manière dont ils sont arrangés.

¹ Lire (Cifoletti, 2006).

² Dans le cadre du Diplôme de l'EHESS, précisant ainsi l'objet de mon étude.

³ Voir le tableau présenté en Annexe 1.

1.3 Les séries de problèmes

Pour cerner au mieux le projet de Gemma, j'ai donc approfondi mon étude en m'intéressant en particulier aux séries de problèmes qu'il propose. Par « problèmes », j'entends ici : énoncés de mathématiques mis en situation (concrète) et suivis d'une réponse (succincte ou détaillée). Gemma Frisius les intitule *Exemplum* ou *Quaestio*. Cette communication porte sur deux ensembles de problèmes distincts :

- un premier ensemble de problèmes (Sect. 3) que l'on retrouve dans toutes les éditions et qui suivent la structure générale de l'ouvrage.
- une série particulièrement éclectique pour une arithmétique pratique (Sect. 4) qui a été ajoutée dans la quatrième édition publiée par Gemma Frisius à Wittenberg en 1544.

Avant d'aborder le rôle des problèmes et leur insertion -et ordonnancement- dans la « Méthode facile » de Gemma Frisius, il me semble nécessaire de donner quelques éléments de contexte sur l'auteur et son ouvrage (Sect. 2). Ces éléments permettront de mieux saisir comment ce texte évolutif est ancré dans des pratiques d'enseignement et des pratiques de « vie quotidienne » ... de l'auteur.

2. Éléments de contexte sur l'auteur et l'ouvrage

2.1 Gemma Frisius, un homme de son temps

Gemma Frisius – nom qu'il se donne dans les ouvrages qu'il publie- est né en 1508 à Dokkum dans la province de La Frise, située au nord des Pays-Bas actuels et est décédé à l'âge de 46 ans à Louvain en 1555. Gemma Frisius en savant humaniste, pratiquait les arts et participa donc à son niveau à la mise en place des bases de la science moderne. Reconnu par ses pairs, il participait activement à toutes les préoccupations de son siècle. En tant que « *medicus ac mathematicus* » – combinaison habituelle au XVI^e siècle- et tel qu'il se présente dans ses livres, il partageait son temps entre la médecine et les sciences mathématiques. Il deviendra une autorité en philosophie naturelle, professeur à l'université de Louvain jusqu'à la fin de sa vie. Médecin avant tout, bien que soucieux des plus pauvres, il officie également auprès de personnes de qualité telle Charles Quint.

Le livre qui contribua à sa renommée est une version corrigée du *Cosmographicus liber* de Pierre Apian⁴ (paru en 1524). Il obtient un privilège pour ce livre, en en dépossédant Pierre Apian dont il était l'élève. Gemma Frisius est l'un des premiers à montrer comment on peut déduire la longitude d'un lieu, de la distance observée de la lune à une étoile -processus utile pour la navigation-. Renommé *Cosmographia* en 1539, cet ouvrage connaîtra une trentaine d'éditions et sera apprécié de Kepler. Un an après, en 1530, Gemma propose une nouvelle méthode de calcul de longitude nécessitant des « gardes temps » dans le *De Principiis Astronomicae et Cosmographiae*. Il énonce un procédé pour trouver les longitudes au moyen de montres par la différence des temps locaux et insiste sur la nécessité de construire des horloges très précises pour la navigation. En 1533, il est également le premier à exposer une méthode de triangulation permettant une cartographie rigoureuse dans son *Libellus de locorum describendorum ratione*, opuscule ajouté dans la *Cosmographia*. Il applique à la cartographie les principes de la trigonométrie, inventée soixante-dix ans plus tôt par le mathématicien allemand Müller⁵.

Il acquiert aussi une bonne réputation en proposant des instruments scientifiques précis fabriqués dans son propre atelier⁶. Il construit notamment deux globes, un terrestre et un céleste avec son élève Gérard Mercator⁷. Dans une volonté d'amener la science au plus grand nombre, Gemma publiera des

---

⁴ Pierre Apian (1495–1552).

⁵ Johann Muller dit Regiomontanus (1436–1476).

⁶ Avec la collaboration du graveur et orfèvre Gaspard van der Heyden.

⁷ Gérard Mercator (1512–1594) célèbre pour ses techniques cartographiques.

livres expliquant l'utilisation des instruments. Il illustre ainsi les liens étroits qui se nouent alors entre théorie et pratique. Ses contributions scientifiques sont aussi très importantes dans le domaine de la cartographie pratique. Il sera le fondateur de l'école de géographie de Louvain.

Gemma Frisius est enfin un fervent copernicien –il aurait enseigné l'héliocentrisme à l'université de Louvain– et adhère au système du monde que Copernic propose : il suit les règles de ce dernier pour la détermination des mouvements des étoiles fixes. Mais ce qui l'intéresse surtout c'est l'exactitude des calculs⁸. Il résume, paraphrase, complète et corrige le texte du *De Revolutionibus* de Copernic, qu'il attendait avec impatience. Il porte attention à ses observations, refait les démonstrations mathématiques et y insère même des pages de calculs⁹.

2.2 Gemma Frisius et les mathématiques

Gemma Frisius a également eu une place marquante dans l'enseignement universitaire – public ou privé– en s'impliquant dans les réformes et en sachant imprimer selon Van Ortroy, un élan à l'étude des mathématiques « qui ne jouaient qu'un rôle assez effacé dans les programmes de l'*Alma mater* louvaniste » (Van Ortroy, 1920, p. 4). De 1543 à 1547, il donne des cours privés – comme nombre de ses collègues de l'époque – de géométrie et d'astronomie, chez lui, pour lesquels il fut apprécié et reconnu. Gemma Frisius est un contemporain d'Oronce Fine¹⁰, de Jérôme Cardan¹¹ et de Michael Stifel¹².

Avec son *Arithmeticae practicae methodus facilis*, dont l'édition princeps a été publiée à Anvers en 1540, Gemma Frisius a eu une influence durable dans le domaine de l'« éducation arithmétique »¹³ et a participé à l'expansion du système de numération de position et au développement de la mécanisation du calcul. Cette « Méthode facile d'arithmétique pratique », écrite en latin, a pour vocation pédagogique d'enseigner des pratiques de calculs et des savoir-faire dans les collèges ; comme l'auteur le précise lui-même « la raison de son entreprise est l'opération ou la pratique des nombres » (Forcadel, 1582, f.101r).

Cette « Méthode facile » combine la science universitaire et l'arithmétique commerciale des écoles d'abaque. Elle devient l'arithmétique pratique la plus populaire du XVI^e siècle et a une influence directe sur Stifel¹⁴. Elle est reprise et commentée par Jacques Peletier du Mans qui s'en inspire pour sa propre arithmétique¹⁵. Elle est ensuite traduite en français par Pierre Forcadel de Béziers¹⁶, puis en espagnol, italien, allemand et anglais. Elle connaîtra un très grand nombre de rééditions. J'ai recensé plus de 80¹⁷ éditions ou rééditions dans plus de 12 villes de 1540 à 1661. Ce succès peut s'expliquer en partie parce que l'arithmétique de Gemma a, par la suite, été recommandée dans les écoles du Danemark et en Norvège par le Roi. Elle sera également utilisée dans les collèges Jésuites¹⁸ – comme le montrent

⁸ Gemma est un « praticien » de par ses besoins « calculatoires » en astronomie et son attachement aux méthodes de mesures et de calculs, lui permettant de trouver les résultats les plus proches de ses observations.

⁹ Lire (Hallyn, 2008, pp. 165–167).

¹⁰ Oronce Fine (1494–1555). Lire (Cifoletti, 2009).

¹¹ Jérôme Cardan (1501–1576).

¹² Michael Stifel (1487–1567).

¹³ Lire (Struick, 1936).

¹⁴ G. Frisius suivait les travaux de M. Stifel et Stifel reprend les travaux de Frisius. En fait les interactions avec Stifel montrent une admiration réciproque. Voir (Bosman, 1906, pp 165–168). De plus, Stifel reprendra la *Regula falsi* de Gemma Frisius dans son appendice Sur la règle de Faux (Stifel, 1544, Fo. 93 à 100).

¹⁵ Jacques Peletier du Mans (1510–1582) – Voir (Peletier, 1549).

¹⁶ Pierre Forcadel (15.. – 1576 ou 1577), professeur au Collège Royal (Forcadel, 1561).

¹⁷ Voir Annexe 1 – Ulrich Reich aurait recensé 118 éditions mais il n'a pas publié sa liste. In GAVIN J. et SCHARLIG A. (2012). *Longtemps avant l'algèbre, la fausse position ou comment on a posé le faux pour connaître le vrai, des pharaons aux temps modernes*. Lausanne : Presses polytechniques et universitaires romandes. p.159.

¹⁸ Voir (Van Ortroy, 1920, pp. 39–40).

certaines *ex-libris* – et un certain nombre de professeurs allemands ont enseigné l'arithmétique à partir de ce livre (de 1581 à 1603 à l'université de Helmstedt entre autres).

2.3 La Méthode facile, une structure au carrefour de deux traditions

Ce livre de petite taille est divisé en quatre parties. Il a été remanié, augmenté de commentaires et d'ajouts au fil des éditions¹⁹. Gemma Frisius en proposera six versions : trois à Anvers (1540, 1547 et 1552), deux à Wittenberg (1542 et 1544) et une à Paris en 1543. Cependant, dans ses diverses versions, il a gardé la même structure :

- La « **PRIMA PARS DE SPECIEBUS ARITHMETICES** » traite de la numération et des opérations sur les nombres entiers (addition, soustraction, multiplication, division ; définition et exemples) puis des progressions (arithmétique et géométrique), et de la règle de trois. Ces deux dernières notions sont présentées comme des applications des quatre opérations précédentes.
- La « **SECUNDA PARS DE FRACTIONIBUS SIVE MINUTIIS** » traite des fractions (définition et différentes opérations, règle de trois, règle de trois renversée) ;
- La « **PARS TERTIA DE REGULIS VULGARIBUS** » traite des règles communes (règle de double, de compagnie, d'alligation, de faux), d'extraction des racines carrée et cubiques, (extraction des racines) des parties ou minutes, et de la *Regula falsi* de Gemma Frisius avec ses extensions.
- La « **PARS QUARTA DE PROPORTIONE** » traite des proportions (définition, calcul, milieu proportionnel, addition et soustraction), d'usure (chapitre ajouté en 1547), de fractions astronomiques (appendices ajouté en 1547), de questions récréatives : *iucundae aliquot quaestiunculæ*.

La structure et les ingrédients du livre de Gemma Frisius sont ceux de la fin du XV^e siècle mais, par les transformations subtiles d'organisation qu'il apporte, il tente de faire une synthèse²⁰ des deux courants de l'époque – les algorismes universitaires et les arithmétiques commerciales²¹. Dans le contexte humaniste encyclopédique de théorisation des mathématiques, Gemma vise à faire des liens entre les différentes sortes de mathématiques. Il s'insère ainsi dans le mouvement de transformation qui s'opère, en s'employant à faire entrer les mathématiques des marchands dans le milieu universitaire. « Le regard sur la mathématique pratique va prendre une autre dimension et une autre orientation, ... sous l'influence de l'humanisme. » (Spiesser, 2008).

Dans sa « Méthode facile », Gemma Frisius, pour assoir son projet d'introduction de l'arithmétique marchande dans les universités, montre une volonté de s'appuyer sur les Anciens – son arithmétique contient des références ou renvoi à Euclide²² et Ptolémée – et suit une structure classique – tout en ayant un regard attentif à ses contemporains et tourné vers l'avenir – Christoph Rudolf Janvier²³ et Jérôme Cardan qu'il cite dans son arithmétique par exemple. Il aborde la notion d'algèbre qu'il ne traite pas, comme on l'a vu, mais considère comme une excellente, voire « divine » discipline. En 1547, il ajoute un chapitre sur l'usure²⁴ qui répond à un besoin (technique et économique) de l'époque,

¹⁹ Voir Annexe 2.

²⁰ D'autres ont tenté de le faire avant lui : Jean de Murs (env.1200-env.1351) par exemple avec son *Quadripartitum Numerorum* ou encore Pacioli (1445–1517) avec sa *Summa de arithmetica, geometrice, de proportioni et de proportionalita* (1494) ou encore Juan Martinez Siliceo (1486–1557) avec son *Ars arithmetica* (1514). Lire (Cifoletti, 2006a).

²¹ Lire (Spiesser, 2003) et les contributions dans ce volume de J.M. Coquart et S. Lamassé.

²² Onze renvois à Euclide ont été ajoutés au fil des éditions, l'édition *princeps* n'en contenait que deux.

²³ Gemma développe sa *Regula falsi* pour répondre au défi lancé par Rudolf, auteur de *Die Cos* (éditée en 1525 et reprise par Stifel en 1553). Rudolf prétendait que la règle de faux ne pouvait pas servir à résoudre des problèmes d'algèbre de degré supérieur à 1.

²⁴ Voir (Sect. 4.2) de cette communication.

ainsi qu'un « petit traité de fractions astronomiques ou de fractions physiques » dans lequel il traite des quatre opérations et de l'extraction de racine. Cet appendice a probablement été ajouté dans une volonté de répondre davantage aux besoins universitaires. Mais également pour tenir compte, peut-être, des remarques de Jacques Peletier du Mans qui, en 1545, dans son édition commentée de la « Méthode facile » de Gemma²⁵, insère un « *fractionibus astronomicis Compendium* ».

Ce livre qui s'enrichit au fil des éditions, témoigne donc de mathématiques en construction (vocabulaire, pratiques de calcul, interactions entre pairs. . .) et s'avère être une méthode d'apprentissage au calcul et à la résolution de problèmes afin de mieux préparer à l'algèbre.

3. Les séries de Problèmes dans la « Méthode facile d'arithmétique pratique »

Les premiers repères indiquant un savant mélange d'algorithme universitaire et d'arithmétique marchande sont, d'une part la structure apparente d'un algorithme universitaire et ses références aux auteurs classiques, et d'autre part, la réduction des opérations à quatre espèces²⁶, la place donnée à la règle des proportions ou de trois nombres et l'absence de démonstration.

Mais cette arithmétique pratique est également au carrefour de plusieurs traditions par le choix des thèmes des problèmes ou des exemples proposés par Gemma Frisius ; ils sont mis en contexte dans différents champs d'applications, empruntés à différentes cultures (exemples classiques tirés de l'histoire, défis de cour, géométrie pratique, arithmétique pratique, arithmétique marchande, épigrammes de l'anthologie grecque) ou issus de la pratique liée à ses diverses activités. Ils traitent des sujets suivants : fractions astronomiques sexagésimales, usure, superficie, volumes et contenance, coût, durée, conversion de monnaies, calculs de hauteur d'une tour, de dépenses de tout ordre, de quantité de vivres lors d'un siège, d'alliage, de Compagnie, de géodésie. On trouve des problèmes d'héritage, de partages, de remplissages et des problèmes relevant de l'histoire. Gemma Frisius reprend, par exemple, l'anecdote de Vitruve pour illustrer la règle de faux classique de deux positions²⁷. Tous ces exemples ou questions sont envisagés comme étant des exercices d'entraînement nécessaires à la pratique du calcul, mais contribuent aussi à montrer l'intérêt de la notion abordée.

Les six versions éditées par Gemma Frisius contiennent entre 60 et 72 problèmes²⁸. Ceux-ci s'ajoutent aux exemples numériques de chaque notion abordée. Ni trop, ni pas assez, juste ce qu'il faut pour englober toutes les possibilités : ils sont insérés par chapitres dans lesquels ils sont ordonnés du plus simple au plus complexe, chacun apportant un élément supplémentaire pour une compréhension progressive de la notion. Les problèmes de la troisième partie (règles vulgaires et règle de faux) sont placés immédiatement après les définitions, servant d'exemples déclarés pour les notions. Les problèmes des autres parties de cet ouvrage sont choisis et ordonnés par groupe d'applications de plusieurs notions. Par exemple, Gemma Frisius choisit de placer la règle de trois dans sa première partie, ce qui lui permet de proposer des séries de problèmes mettant en œuvre les quatre opérations.

Dès 1540, Gemma Frisius insère, en fin d'ouvrage, trois questions récréatives²⁹ dites plaisantes, les *iucundae aliquot quaestiunculae*. Elles se présentent sous forme de questions/réponses détaillées mais sans justifications mathématiques. Ces problèmes sont du genre devinettes, astuces de calculs ou

²⁵ Cette édition est une reprise commentée de celle de Frisius, publiée en 1543 à Paris. Jacques Peletier reprendra également l'édition de 1547 dès 1550 etc. Voir Annexe 1.

²⁶ Gemma se rapproche ainsi des arithmétiques marchandes. Pour lui, il n'y a que quatre espèces d'arithmétique (opérations). Il justifie ce nombre à plusieurs reprises car, comme le précise Forcadel dans (Forcadel, 1582, Fo 4v), traditionnellement, il y a 10 espèces d'arithmétique (et longtemps encore elles seront au nombre de 5 ou 7).

²⁷ Voir (Forcadel, 1582, Fo. 68v à 70r).

²⁸ Voir Annexe 2 pour leur répartition dans l'ouvrage.

²⁹ Voir (Forcadel, 1582, Fo. 116r à 117v).

formules à mémoriser. On les rencontre à une variante près dans de nombreux traités. Il s'agit de trouver comment peser un poids, retrouver un nombre auquel on a pensé ou retrouver un objet caché.

Gemma Frisius propose également des séries d'exemples extraits de la vie courante pour donner du sens aux opérations ; chacune d'elle est définie ou illustrée à l'aide d'une ou plusieurs situations concrètes³⁰. Enfin, dans un souci d'enrichir son livre, il ajoute en 1542, un *Problema Aristotelis* sur « pourquoi les hommes comptent-ils jusqu'à dix ? »³¹.

En 1544, Gemma Frisius transforme certains exemples, corrige des erreurs et ajoute une série de problèmes qui disparaîtra dans les éditions suivantes et l'amènera à remettre en ordre son ouvrage une dernière fois.

4. Un ajout qui interpelle, sous forme de série de problèmes

L'étude de la série présentée ci-dessous, permet, au travers de son destin, de confirmer l'objectif de Gemma Frisius : faire entrer l'arithmétique commerciale dans le milieu universitaire. Elle apporte cependant également un élément intéressant sur la « Méthode » par la manière dont Gemma met et remet en série les problèmes choisis.

4.1 Présentation et destin d'une série ajoutée en 1544

Dans l'*Arithmeticae practicae methodus facilis, per Gemmam Frisium Medicum ac Mathematicum* publiée à Wittenberg – ville universitaire de Luther et Melanchthon³²– en 1544, apparaît en fin de livre, juste avant l'*errata*, cette série de douze problèmes (Tableau 1).

Tableau 1. Les douze problèmes ajoutés dans l'édition de 1544.

<i>De ambitu terrae</i>	De la circonférence de la terre
<i>Dimentiens terrae</i>	Diamètre de la terre
<i>De altitudine rei per urbam</i>	La hauteur d'une chose par son ombre
<i>Alia</i>	Autres
<i>Aliud</i>	Un autre
<i>Aliud, de duobus cursoribus</i>	Un autre, Des deux coureurs
<i>Simile de Cane & Lepore</i>	De Même, du chien et du lièvre
<i>Aliud d'oenopola</i>	Autre, De la taverne
<i>Exemplum progressionis Arithmeticae</i>	Exemple de progression arithmétique
<i>Aliud progressionis Geometrica</i>	Un autre exemple de progression géométrique
<i>De Usura</i>	De l'usure
<i>Exemplum geodesiae</i>	Exemple de géodésie

Dans chaque exemple, après une mise en situation, une question est posée et immédiatement suivie de sa résolution expliquée et détaillée. Mis à part les deux premiers, les énoncés commencent tous de la même manière, par « un certain » poteau, débiteur, tavernier, souverain ; « quelqu'un », « étant donnés

³⁰ L'addition, est définie ainsi : « La première de ces espèces est l'addition, laquelle enseigne à mettre plusieurs nombres en une somme : comme si tu feins avoir dépensé en un an 387 écus, & en un autre 765 : cette espèce ici enseigne à mettre et assembler ces deux nombres en une entière somme. »

La soustraction: « Comme si quelqu'un me doit de prêt 30 263 486 écus, & qu'il m'a payé 465 432, je veux savoir combien il reste encore à payer » .

La Multiplication : « Un capitaine ayant 67083 soldats doit payer à chacun 8 écus, on demande combien il lui faudrait d'argent » puis « il me plait de réduire 1536 ans qui sont passés depuis la nativité de notre seigneur, en jours ».

Pour la division, Gemma traite du partage de 433 656 écus entre 72 hommes, puis de conversion : « Ils sont proposés 7 336 268 jours : on demande combien ils font d'ans égyptiens. » Voir (Forcadel, 1582, Fo.6v-7 ; 7r ; 11r ; 13v et 16r).

³¹ *Problema Aristotelis* ex section XV. Pb n°3 (en grec suivi de sa traduction latine) sur la numération décimale.

³² Philippe Melanchthon (1497–1560). Les éditions de L'APMF publiées à Wittenberg contiennent toutes des vers de son cru.

deux coureurs », « un chien » ; « Il y a, dans certaines régions », « une certaine personne » et « soit un champ ». Cette formulation ressemblant à « imaginons », « supposons que », nous amène sur un terrain plus anecdotique et ludique. Gemma justifie ainsi la place de cette série en continuité des questions récréatives. Je l'interprète par « Maintenant que nous maîtrisons la technique, amusons-nous ! »

- Les deux premiers problèmes traitent des mesures de la terre et mettent en œuvre la règle de trois : calcul de sa circonférence puis de son diamètre et son rayon.
- Le troisième problème propose de retrouver la hauteur d'une « chose » à partir de la longueur de son ombre par comparaison avec la hauteur d'un bâton et la longueur de son ombre.
- Le quatrième problème demande de calculer le temps mis par deux personnes ne travaillant pas au même rythme, pour effectuer une tâche.
- Le cinquième explique comment retrouver le montant d'une dette à partir des différents remboursements effectués.
- Les sixième et septième exemples sont des problèmes de déplacements : « En combien de jours le deuxième rattrapera-t-il le premier ? »
- Le huitième est un problème de calcul du prix de vente en fonction du bénéfice désiré.
- Le neuvième donne une méthode pour calculer le nombre d'impulsions émises par une horloge au cours d'une journée de 24 heures (application des progressions arithmétiques : somme des termes d'une série de 24 termes). Cet exemple nous rappelle son intérêt pour la précision des horloges -ou montres-.
- Le dixième montre comment calculer différents prix de vente liés par une relation en progression géométrique.
- Le onzième problème – le plus long, un peu différent des autres – aborde la notion d'usure : Gemma Frisius donne la définition de l'usure simple et le moyen de calculer cette usure à l'aide de la règle de trois puis il poursuit avec une définition de l'usure composée dite judaïque pour laquelle il propose deux méthodes de calcul.
- Le dernier problème est un problème de géométrie, un exemple de géodésie classique, qui permet de calculer la superficie d'un champ triangulaire à partir des longueurs de ses trois côtés.

Ces *amoena exempla* tels qu'il les présente, ajoutés pour « embellir son livre et être utile et agréable au lecteur »³³, ne seront pas repris dans les deux versions suivantes de Gemma Frisius publiées à Anvers. Cette édition de Wittenberg semble avoir eu une réception essentiellement allemande et est celle qui sera la plus rééditée de 1548 à 1652 à Wittenberg, Leipzig, Halle (Saxe-Anhalt) et Amsterdam³⁴. Elle n'est pas reprise par Jacques Peletier du Mans -excepté dans sa dernière édition commentée avec J. Stein et publiée à Anvers en 1581- ni traduite par Pierre Forcadel.

Cette série est particulièrement variée et inhabituelle pour un traité d'arithmétique. La plupart des problèmes relève de la géométrie pratique ; mais ce qui en fait l'originalité et peut-être l'intérêt principal, c'est le onzième exemple qui aborde une nouvelle notion non habituellement traitée à l'université : l'usure. L'ajout d'un tel thème dans cette série de problèmes la rend encore plus curieuse... bien qu'il s'agisse d'arithmétique.

Ces exemples pratiques donc, présentés après le problème d'Aristote ajouté en 1542, complètent les trois questions récréatives³⁵, comme je l'ai déjà signalé, introduites dès 1540. Ils permettent aussi à Gemma Frisius de proposer des situations concrètes pour illustrer la notion de « Progression » pour laquelle il ne présentait que des exemples numériques hors contexte. Dans les autres éditions, seul le deuxième des problèmes récréatifs illustre cette notion. Ils contribuent donc à montrer l'utilité des

³³ Lectori S. « *Ad finem huius libelli eruditissimi, visum est nobis adiungere venustissimum problema Aristotelis, item alia quadam amoena exempla, quae speramus studiosis et voluptatem et utilitatem allatura, Vale.* » (Frisius, 1544, Fo.Kvii).

³⁴ Voir le tableau présenté en Annexe 1.

³⁵ Voir (Forcadel, 1582, Fo.116r à 117v).

notions abordées à la vie pratique et à la géométrie. Et ce, avec l'objectif explicite d'être également agréables au lecteur.

Gemma veut être utile au lecteur également en tentant de lui transmettre la compétence de calculateur et la capacité de résoudre des problèmes : il l'incite régulièrement à s'entraîner avant d'aller plus loin. Cette préoccupation est omniprésente dans son ouvrage. Elle lui permet également de justifier la progression proposée et d'insérer des problèmes issus de tous horizons et sous différentes formes.

De part leur variété³⁶, ces problèmes témoignent aussi d'une volonté encyclopédique de Gemma Frisius qui, en les insérant, enrichit le champ d'application de l'arithmétique et ajoute des modes de raisonnement. En fusionnant les différentes arithmétiques Gemma tente d'instaurer un langage commun pour, peut-être, construire une culture commune qui prépare à l'algèbre ?

Parmi ces douze « applications », seule la onzième traitant de l'usure est reprise et développée dans l'*Arithmeticae practicae methodus facilis, per Gemmam Frisium Medicum ac Mathematicum, Iam recens ab ipso autore emendata, & multis in locis insigniter aucta*, publiée à Anvers en 1547, l'édition de 1552 étant une version corrigée de celle-ci. Le rôle de cette suite d'*amoena exempla* semble donc plutôt avoir été un moyen d'introduire la notion d'usure à l'université et de préparer l'ajout d'un chapitre sur ce thème dans la quatrième partie qu'il a remaniée. En effet, une autre réponse a été donnée pour le cas des progressions (Sect. 4.3).

4.2 Le cas particulier du onzième problème sur l'usure et son destin dans l'édition suivante

Pour comprendre comment Gemma réorganise sa « Méthode facile » en 1547, je propose de comparer les deux textes sur l'usure. Celui de 1544 qui se présente comme un élément parmi une série de problèmes en fin d'ouvrage, et celui de 1547 qui est replacé dans le cœur de l'ouvrage.

4.2.1 Comparaison des deux introductions

Le De Usura³⁷ de 1544 : un problème anecdotique parmi d'autres mais contenant des définitions.

Dans cette première exposition du calcul de l'usure, Gemma Frisius présente la situation à travers l'exemple d'« une certaine personne contrainte par la nécessité d'avoir recours à un usurier ». Elle ne le fait donc pas de bon cœur, mais seulement parce qu'elle est acculée « au péché » par les circonstances !

« Une certaine personne étant contrainte par la nécessité, comme ça arrive, va trouver un usurier et reçoit de lui 500 pièces d'or en usure centesime à intérêt fixe. Quatre ans ou 48 mois plus tard, craignant que la dette n'augmente, il veut s'en acquitter, et ainsi restituer tant l'usure que le sort³⁸, ce qui avait été exigé au nom de l'usure, La question est quelle somme doit-il à son créancier ? » (Frisius, 1544, LV, ma traduction).

L'emploi du mot « Usure », *Usura* dans cet exemple nous permet d'en préciser le sens : c'est le « montant de l'intérêt dû pour un prêt ». Gemma utilise donc ce terme dans le même sens que l'Eglise qui, sous la dénomination d'usure, entend toute tractation comportant le paiement d'un intérêt. Quant à l'usure « centesime »³⁹, Gemma nous en donne une définition avant d'expliquer comment calculer le montant dû :

---

³⁶ Lire la contribution dans ce volume de G. Cifoletti.

³⁷ Voir (Frisius, 1544, LV r à LVi v).

³⁸ Le sort est le Capital emprunté qui est ici de 500 pièces d'or.

³⁹ Usure simple au taux de un centième : l'intérêt est de 1% par mois du capital emprunté, jusqu'à ce que la dette soit acquittée entièrement (capital inclus) soit 12% par an. Le montant total ne peut pas dépasser le capital emprunté.

« Il y a des usures centesimes, qui sont de cent mois, c'est-à-dire, qui sont égales au capital avant le terme de la neuvième année. Par quoi si au terme des cent mois qu'il eût retenu du sort de 500 pièces d'or il eût été contraint de s'acquitter au nom de l'usure de plus que le capital ou juste autant ».⁴⁰

Gemma respecte donc ainsi, dans son exemple, l'ordonnance de Charles Quint⁴¹ qui autorise l'intérêt entre marchands et limite le taux de l'usure à 12 pour 100 par an. On remarque que dans ce premier texte, il met d'abord en scène sa question. Il propose une situation, et ensuite seulement donne des éléments de réponse.

Le De Usura de 1547 : le thème d'un chapitre de la quatrième partie de son arithmétique, présenté comme une application des milieux proportionnels.

La quatrième partie se termine par le rappel de la raison de l'entreprise de Gemma avec sa 'Méthode facile' pour justifier le fait qu'il ne développe pas davantage cette partie sur les proportions : il précise que les règles de calculs sur les proportions n'ont que peu à voir avec la pratique des nombres et sont surtout utiles pour les démonstrations géométriques⁴².

En 1547, quand il ajoute son chapitre sur l'usure dans sa « Méthode facile » Gemma Frisius suit une mouvance de son époque⁴³. Cette même année, Charles Du Moulin⁴⁴, avec son *Tractatus contractuum et usurarum redditumque pecunia constitutorum et monetarum* suivi de son *Sommaire* en français, s'attache à réhabiliter l'usure. Ce dernier suivait ainsi Jean Calvin, le premier théologien à avoir accepté le prêt à intérêt. Dans sa « Lettre sur l'usure », écrite en 1545, il accorde l'intérêt en se basant sur le fait que le capital qui est emprunté sert à investir.

Gemma Frisius introduit cependant son chapitre avec précaution. Il commence en justifiant ce choix par l'utilité pratique – et même l'obligation – de traiter de ce sujet d'un point de vue mathématique afin de répondre à un réel besoin :

« Combien que ce nom d'Usure doive être exécration entre les Chrétiens, toutefois parce que la nécessité contraint plusieurs à cet usage, je parlerai quelque peu de la computation de celle-ci, et principalement afin que je montre l'usage des milieux proportionnels outre la géométrie, de quoi à présent nous traitons » (Forcadel, 1582, Fo. 101v).

Après cette introduction, Gemma nous donne une définition de l'usure simple plus générale qu'en 1544 :

« Il y a donc une certaine usure simple, laquelle paye quelque partie du sort par chaque an, ou bien elle est égale au sort en certains mois⁴⁵. La numération d'icelle est très facile. Posons que quelqu'un a pris 600 écus à usure, par telle condition qu'après 100 mois l'usure soit égale au sort : on demande combien il paiera en cinq ans » (Forcadel, 1582, Fo.101v).

Dans cet exemple nous retrouvons l'usure « centesime » qu'il ne nomme plus⁴⁶. L'énoncé tel qu'il est présenté ramène le problème de calcul d'intérêt à un exercice d'arithmétique épuré du contexte : « quelqu'un emprunte » puis « on demande ». Cet extrait du deuxième texte suit la structure classique d'un chapitre abordant une nouvelle notion : une définition est donnée suivie de sa « pratique » à travers un exemple.

⁴⁰ Dans cet exemple, le montant total des intérêts dû au « nom de l'usure centesime » devient égal au capital emprunté au bout de 100 mois, soit 8 ans et 4 mois et donc « avant le terme de la neuvième année » comme le précise Gemma.

⁴¹ Ordonnance du 4 octobre 1540, *Recueil d'Edits, Ordonnances, Déclarations et règlements*, Luxembourg, 1691, pp 64–65.

⁴² Voir (Forcadel, 1582, Fo. 101r).

⁴³ A ce sujet, voir (Zemon, 1960).

⁴⁴ Charles du moulin (1500–1566) Jurisconsulte français, avocat au parlement de Paris en 1522. Calviniste puis luthérien, il s'opposa à la réception en France des décisions du concile de Trente. Auteur de plusieurs travaux de droit romain et de droit canonique.

⁴⁵ Par exemple, pour l'usure « centesime » présentée en 1544, on parle d'une usure de 12% par an ou d'une usure égale au sort au bout de 100 mois. Ou encore, une usure de 8 % par an correspond à une usure de $(8/100 \times \text{sort}) \div 12 = 1/150 \times \text{sort}$ par mois et est donc égale au sort au bout de 150 mois soit, 12 ans ½.

⁴⁶ Si au bout de 100 mois l'usure est égale au sort, cela signifie qu'elle est de un centième par mois (et donc de 12% par an) !

La différence entre les deux textes se poursuit par une mise en 'ordre' de la notion d'usure, une réorganisation des questions et le développement de méthodes de résolution.

4.2.2 Comparaison des questions et méthodes de résolutions

En 1544, dans le onzième problème, Gemma Frisius ne pose qu'une seule question (calculer le montant dû) et propose une réponse par disjonction de cas : soit l'usure est simple, soit l'usure est judaïque⁴⁷ (intérêt composé). Il donne cependant deux méthodes pour calculer l'usure judaïque :

- La première repose sur une succession d'applications de la règle de trois et permet de comprendre en quoi consiste le calcul des intérêts dus lors d'une usure judaïque. L'usure est recalculée à partir du capital emprunté augmenté du montant des intérêts de l'année passée.
- La deuxième méthode permet de calculer directement la somme à payer sans différencier l'usure du sort. Cette méthode, sûrement utilisée pas les praticiens, est plus rapide mais moins intuitive et moins facile à mettre en œuvre pour des débutants : Gemma applique, sans l'explicitier⁴⁸, une astuce de raisonnement et de calculs basée sur l'égalité des rapports de deux montants dus successifs et les progressions géométriques.

Dans le *De Usura* de 1547, Gemma sépare l'intérêt simple de l'intérêt composé. Pour chaque type de crédit, après une définition il propose deux exemples : un pour apprendre à calculer l'usure et le second pour retrouver le capital emprunté à partir du montant de l'usure déjà payé. Les définitions données en 1547 sont plus concises et plus générales qu'en 1544.

Dans les deux éditions, Gemma utilise la même méthode pour le calcul de l'usure simple (taux et échéances fixes) : par application de la règle de trois. Méthode également mise en œuvre pour retrouver le montant du capital emprunté.

En revanche, pour le calcul de l'intérêt composé, Gemma présente une troisième méthode⁴⁹ en 1547 : comme la deuxième méthode proposée en 1544, elle permet de calculer directement le sort augmenté de l'usure. Mais, pour la résolution, Gemma précise qu'« il convient de savoir que la somme du sort et de l'usure croissent tous les ans en proportion continue ». Il ramène ainsi le sujet à un problème de mathématiques et d'application des notions du chapitre sur les proportions. Il s'agit de trouver cinq nombres « en proportion sesquioctave⁵⁰, ainsi que nous l'avons enseigné ci-devant » et d'appliquer la règle de trois. Cette méthode est plus rapide et plus experte que la première mais plus longue que la deuxième. Elle est cependant plus cohérente en tant qu'application dans sa quatrième partie.

De même, l'exercice⁵¹ de 1547, proposant de retrouver le capital initial et le taux de l'usure, s'inscrit bien dans sa quatrième partie. En effet, il repose sur la mise en pratique du calcul des milieux proportionnels. Gemma précise avant de déclarer son exemple : « Tu noteras ici de la précédente déclaration, qu'entre la somme de la première année et de la dernière somme, il y entretiennent deux milieux en même proportion » (Forcadel, 1582, Fo.103r). La résolution de cet exercice passe par la compréhension de l'exercice précédent « de la précédente déclaration » et consiste d'abord en la recherche de deux moyens proportionnels. Elle met en pratique la deuxième règle relevant du chapitre

---

⁴⁷ « Il y a une autre raison d'Usure, qu'on appelle Judaïque, laquelle augmente l'usure tous les ans, de telle sorte que l'usure de l'usure est estimée tous les ans. » (Forcadel, 1582, Fo. 102v).

⁴⁸ Ce qui permet au lecteur de vérifier s'il a compris ce qu'il vient d'apprendre et l'oblige dans la cas contraire à revenir sur les notions abordées.

⁴⁹ On peut démontrer algébriquement que ces trois méthodes de calculs d'intérêts composés sont toutes liées. Ce qui prouve la maîtrise de Gemma Frisius pour les calculs et sa capacité à faire des liens « pratique » entre les différentes notions.

⁵⁰ C'est la troisième espèce de proportion définie par Gemma Frisius dans cette quatrième partie.

⁵¹ « Or feignons maintenant quelqu'un devoir, pour l'usure de la première année, la somme du sort et de l'usure ensemble, 4608 : et pour la quatrième année, 6561. On demande combien était le sort, et combien il vient pour le renouvellement de l'usure. » Voir (Forcadel, 1582, Fo. 102v).

sur le milieu proportionnel (qui utilise la multiplication et l'extraction de racine cubique). L'exercice se termine par l'application de la règle de trois⁵².

Gemma Frisius clôt son chapitre sur l'usure par un paragraphe exposant brièvement, sans exemple, les méthodes pour « chercher la même chose pour cinq ans » et pour six ans. Il s'agit de trouver trois moyens, puis quatre (il en fallait deux pour quatre ans). Il poursuit en donnant une méthode pour calculer « une moyenne autrement qu'il l'a enseigné »⁵³ (Forcadel, 1582, Fo. 104r) et renvoie à la dixième définition du livre cinq d'Euclide⁵⁴ et à la dix-neuvième proposition du huitième⁵⁵. Il enrichit et justifie donc le thème de travail sur l'usure, en prolongeant la réflexion sur les proportions. Ce chapitre témoigne donc d'une grande connaissance et réelle pratique du calcul. Gemma pose le calcul d'intérêt comme un exercice d'entraînement et d'approfondissement. Il a transformé l'énoncé mercantile et anecdotique original en une application pratique de calcul (qui est la raison de son entreprise) sur les proportions, alors que leur utilité avérée concernait surtout la géométrie.

4.3 Le cas des progressions

En 1547, Gemma Frisius restructure la quatrième partie de sa « Méthode facile d'arithmétique » pour introduire la notion d'usure, proposant ainsi des applications concrètes des milieux proportionnels. Il agit différemment dans sa première partie avec la notion de 'Progression' qui reste alors la seule sans application « pratique ». Il ne reprend pas les neuvième et dixième problèmes sur les progressions de la série de 1544, ni la méthode de calcul de l'usure utilisant les progressions géométriques. La première hypothèse que je peux émettre concerne l'équilibre de son livre : la première partie contenait déjà des séries d'applications pratiques, plus axées sur les quatre opérations et la règle de trois. Ma deuxième hypothèse est qu'il n'a pas besoin de convaincre de la nécessité d'étudier les progressions en milieu universitaire car celles-ci font déjà parties des savoirs enseignés.

Cependant, il tient compte de ce « manque » d'exemples d'applications quand il remanie son arithmétique :

« L'usage des Progressions en ce lieu n'est pas autre chose qu'une abréviation d'addition ; Elle est d'une grande utilité, tant en diverses questions, et même pour les considérations géométriques, là où plusieurs règles sont faites par la nature des progressions. Mais ayant égard à notre entreprise, nous en parlerons le plus brièvement qui sera possible » (Forcadel, 1582, Fo.17r).

Jusqu'en 1544, il introduit le chapitre sur les progressions par une définition. En 1547 il ajoute ce propos introductif sur l'utilité de la notion qui n'est plus à prouver. Il reste ainsi en cohérence avec son intention de montrer que, du point de vue de la pratique, les progressions permettent de mettre en œuvre les quatre opérations.

5. Conclusion

L'étude des problèmes proposés par Gemma Frisius et de leur mise en série dans son arithmétique m'éclaire sur sa « Méthode ». Elle prend en compte la variété (la plus étendue possible), l'ordre (et l'importance d'une progression réfléchie), l'utile et l'agréable. Ces notions s'ajoutent à sa volonté, repérée dès ma première enquête, de trouver un lien entre toutes notions afin de réduire le nombre de règles. Il comptait sur l'algèbre pour répondre à cette recherche. La 'variété' des thèmes abordés

⁵² On ne la surnommait pas « règle dorée » sans raison.

⁵³ Toujours dans un souci constant d'envisager toutes les possibilités.

⁵⁴ « Et quand quatre grandeurs sont en proportion, la première est dite avoir relativement à la quatrième un rapport triplé de celui [qu'elle a] relativement à la deuxième. » (Euclide, 1994, p.48).

⁵⁵ « Entre deux nombres solides semblables, tombent deux nombres moyens proportionnels. Et le [nombre] solide a, relativement au solide semblable, un rapport triplé de celui du côté homologue. » (Euclide, 1994, p 397).

pose la capacité de résoudre des problèmes divers comme un préalable à l'algèbre. La mise en ordre et la répartition des problèmes dans l'ouvrage mettent en avant l'utilité de l'arithmétique et la nécessité de s'exercer sur tout type de situations⁵⁶, donnant ainsi du sens aux apprentissages.

La réflexion menée sur l'intérêt d'étudier les « séries de problèmes » proposées dans la « Méthode facile d'arithmétique pratique » de Gemma Frisius est partie du destin -qui m'a interpellé- de la série ajoutée en 1544. Je ne me suis pas penchée sur l'ordonnancement, mais seulement sur « la mise en collection » de ces problèmes variés et sa raison d'être. Je me suis essentiellement attachée à ce qui en était resté dans les éditions suivantes, montrant ainsi la volonté son auteur de faire entrer à l'université les besoins calculatoires issus du monde des marchands, dans un souci de proposer un véritable « compendium » d'arithmétique. Cependant, le projet initial de Gemma Frisius comprenait également l'écriture (qui ne s'est pas faite) de deux livres : un d'algèbre et un livre de géométrie pratique. On peut donc supposer que cette série de 1544 aurait pu être exploitée dans l'un des deux projets s'ils avaient été réalisés.

Au fil des éditions, la structure générale de l'ouvrage est conservée. Gemma Frisius ajoute même des commentaires et arguments supplémentaires, dans chacune de ses publications, afin de justifier la progression proposée en 1540. Seul l'ordre et la mise (ou la remise) en série des problèmes varient, comme les problèmes sur l'usure par exemple. Et ce, jusqu'à ce que tous les sujets traités dans les arithmétiques commerciales aient trouvé leur place au sein de cette 'Méthode facile d'arithmétique pratique' destinée aux collèges. La série de problèmes s'avère donc être une réponse donnée par Frisius pour faire cohabiter l'algorithmisme universitaire et l'arithmétique marchande.

Gemma est un praticien humaniste qui cherche à redonner sa noblesse à toutes les activités humaines. Un homme pour qui l'arithmétique pratique n'est pas que nombre, mais devient effectivement l'arithmétique des pratiques de son temps.

Références

- Aristote (1993). *Problèmes*, Tome II sections XI-XXVII, Texte et traduction. Paris : Les Belles Lettres.
- Boèce (1867) *De Institutione arithmetica libri duo*. Lipsiae: Teubnerus.
- Bosmans R.P. H. (1906). *Le commentaire de Gemma FRISIUS sur l' « Arithmetica Intégra » de STIFEL*, Annales de la Société Scientifique de Bruxelles (30), pp. 165–168.
- Cifoletti Giovanna (2006a). *Mathematics and rhetoric. Introduction*, Early Science and Medicine, 11 (4), pp. 369–389. Brill Academic Publishers.
- Cifoletti Giovanna (2006b). *From Valla to Viète : The rhetorical reform of logic and its use in early modern algebra*, Early Science and Medicine, 11(4), pp. 390–423. Brill Academic Publishers.
- Cifoletti Giovanna (2009). *Oronce Finé's Legacy in the French Algebraic Tradition*, in The Worlds of Oronce Fine: Mathematics, Instruments, and The Book in Renaissance France, pp. 245–268. St Andrews.
- Euclide (1994). *Les Eléments*. Traduction et commentaires de Bernard Vitrac. (2). Vendôme : PUF.
- Frisius, Gemma (1540) *Arithmeticae practicae methodus facilis, per Gemmam Frisium Medicum ac Mathematicum*, Anvers: G. Bontio.
- Frisius, Gemma (1542) *Arithmeticae practicae methodus facilis, per Gemmam Frisium*, Vitebergae: G. Rhau
- Frisius, Gemma (1543) *Arithmeticae practicae methodus facilis, per Gemmam Frisium*, Paris: Joannes L. Titelanus.

---

⁵⁶ À ce sujet, l'étude demanderait à être poursuivie en y intégrant les séries d'applications numériques et en examinant leur lien avec ce que j'ai appelé « séries de problèmes » dans cet article.

- Frisius, Gemma (1544) *Arithmeticae practicae methodus facilis, per Gemmam Frisium*, Vitebergae: G. Rhau.
- Frisius, Gemma (1547). *Arithmeticae practicae methodus facilis, per Gemmam Frisium Medicum ac Mathematicum, iam recens iam recens ab ipso auctore emendata, & multis in locis insigniter aucta*. Anvers: G. Bontio.
- Frisius, Gemma (1552). *Arithmeticae practicae methodus facilis, per Gemmam Frisium Medicum ac Mathematicum, iam recens iam recens ab ipso auctore emendata, & multis in locis insigniter aucta*. Anvers: G. Bontio.
- Forcadel, Pierre (1556). *L'arithmétique de Pierre Forcadel de Beziers en laquelle sont traitées les quatre règles brevises...*, Paris.
- Forcadel, Pierre (1582). *L'Arithmétique de Gemme Phrison : traduite en François par Pierre Forcadel de Beziers* (J. Withage). Anvers. <https://books.google.fr> [réédition de 1561 à Paris et reprise par Lucas tremblay en 1585 à Paris].
- Hallyn Fernand (2008). *Gemma Frisius, arpenteur de la terre et du ciel*. Paris : Honoré Champion.
- Peletier, Jacques (1549). *L'Aritmétique de Jacques Peletier du Mans, departie en quatre livres*. Poitiers : Marnef.
- Sacro Bosco, Johannes (de) (1501). *Algorismus*. Venise: B. de Vitalibus.
- Spiesser, Maryvonne (2003). *Les manuels d'arithmétiques pour les marchands dans la France du XV^e siècle*. Bulletin APMEP n°444, pp. 32–50.
- [Versions 2006, site CultureMATH : <http://culturemath.ens.fr/>]
- Spiesser, Maryvonne (2008) *L'arithmétique pratique en France au seuil de la renaissance : formes et acteurs d'un enseignement*, LLULL, (31). ISSN 0210-8615.
- Stifel, Michael (1544). *Arithmetica integra*. Nuremberg: I. Petrius.
- Stifel, Michael (1553). *Die Coss Christoffs Rudolffs mit schönen Exempeln der Coss Rudolff, Christoff. Königsperg*.
- Struik, Dirk J. (1936). *Mathematics in the Netherlands during the first half of the XVIth century*, Cambridge, Mass. Haarlem [Isis Vol. 25, pp 46–56 may 1936]
- Van Ortroy Fernand (1920). *Bio-Bibliographie de Gemma Frisius, fondateur de l'École belge de Géographie, de son fils Corneille et de ses neveux les Arsenius*. Bruxelles.
- Zemon, Nathalie (1960). *Sixteenth-Century French Arithmetics on the Business Life*. Journal of the History of Ideas (21, 1, pp. 22–24).

ANNEXE 1

Problèmes et énigmes au carrefour des cultures-Atelier de formation-HASTEC / UPEC-ESPE / IREM de PARIS 7 – Le rôle des problèmes dans la « Méthode facile d'arithmétique pratique » de Gemma Frisius – C. SERRA – 13 décembre 2013.

Différents lieux et dates d'éditions et rééditions de l'APMF

Editions de Gemma Frisius	Editions latines Commentées /Annotées	Traductions annotées	Rééditions
Edition Princeps Anvers 1540			
Wittenberg 1542 (1540 corrigée + PB Aristote)			
Paris 1543 (1540 et 1542 corrigées, sans PB Aristote)	Paris 1545 <i>J. Peletier du Mans</i> Ajouts		
Wittenberg 1544 (= 1543 + PB Aristote + <i>Amoena Exempla</i>)			Wittenberg : 1548,1550, 1551, 1552, 1553, 1555, 1556, 1558, 1561, 1563, 1566, 1567, 1570, 1576, 1579, 1583, 1587, 1593, 1604, 1614. Leipzig : 1558, 1562, 1565, 1566, 1567, 1568, 1572, 1575, 1580, 1584, 1588, 1591, 1592, 1595, 1607. Halle-A-S : 1625 Amsterdam : 1652
		Francfort 1579 (Ald.) ?	Francfort 1597
Anvers 1547 (1543 remaniée, sans PB Aristote ni <i>Amoena Exempla</i>). Ajout d'un chapitre sur l'usure + Petit traité sur les fractions astronomiques	Paris 1549 <i>J. Peletier du Mans</i> Ajouts		Paris : 1550, 1551, 1553, 1556, 1557 Lyon : 1556
	Strasbourg 1559 <i>J. Richard</i>		
Anvers 1552 (1547 corrigée)			Anvers : 1562
	Paris 1559 <i>J. Peletier</i> Ajouts		Paris : 1561, 1563, 1569, 1572, 1578, Cologne : 1564
		Paris 1561 (Fr.) <i>P. Forcadel</i> Ajouts	Paris : 1567 Anvers : 1582×3
		Venise 1567 (It.)	
		Paris 1585, (Fr.) <i>P. Forcadel et L. Tremblay</i> Ajouts	
	Cologne 1571 <i>J. Peletier et J. Stein</i> Ajouts		Cologne : 1576, 1584, 1592,
	Anvers 1581 <i>J. Peletier et J. Stein</i> (La « complète » = 1571 Cologne + 1 PB + <i>Amoena Exempla</i>)		Anvers 1581×3
		Espagne ?	
		Oxford : 1661	

ANNEXE 2

Problèmes et énigmes au carrefour des cultures- Atelier de formation HASTEC / UPEC-ESPE / IREM de PARIS 7- Le rôle des problèmes dans la « Méthode facile d'arithmétique pratique » de Gemma Frisius - C. SERRA -12 janvier 2015.

Titre: ARITHMETICAE PRACTICAE METHODUS FACILIS, PER GEMMAM FRISIUM MEDICUM AC MATHEMATICUM, iam recens ab ipso autore emendata, & multis in locis insigniter aucta. Frontispice : Gemma Frisius à sa table de travail (Anvers 1540, 1581 et 1582) <i>Cor grapheus, lectori, - 1540, 1547 et 1552 Anvers CUM PRIVILEGIO.</i> <i>*Cum gratia & Privilegio -1571</i> <i>*Avec Privilège du Roy - 1585</i>	QUATRIEME PARTIE : (Fo. XXXIII r à XXXVII)- 1540 Des proportions - Définitions - De la proportion des fractions ou minutes - Par quelle raison chaque proportion est étendue continuellement - Du milieu proportionnel - De l'addition et de la soustraction des proportions <i>*De l'usure - 1547et+ (sauf rééditions Wittenberg, Leipzig) 4 PBS</i> <i>*Petit traité de fractions astronomiques ou physiques - 1547et+ (sauf rééditions Wittenberg, Leipzig)</i>
*Vers de Stigelus et Albertus 1542 et + Dédicace de Gemma Frisius à G. Rhétius 1540 <i>*Dédicace de Forcadet au Réverend ...</i> <i>*Guillaume Cavellat au Lecteur salut - 1585</i> PREMIERE PARTIE : (Fo. I r à XI v) - 1540 Des espèces d'arithmétiques - Numération * - De la division du nombre - Addition 1 EX - Soustraction 1 EX - Multiplication 2 EX - Division 2 EX Des progressions - Définitions - Somme d'une progression - Obtenir un terme De la règle des proportions ou de trois nombres 3 PBS	Questions récréatives (3 PBS)- 1540 <i>*Lectori. S.. PROBLEMA ARISTOTELIS ex section XV. Pb n° 3 - 1542 (dans toutes les rééditions suivantes de Wittenberg et Leipzig uniquement + Anvers 1581)</i> Poèmes : En latin deux carmens de Didacus Pyrrhus : <i>« DIDACI PYRRHI LUSTANI »—</i> <i>« ALIUD EIUSDEM » 1540 – 1547 – 1552</i> <i>* « EYKAEIAOY ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥ » 7 vers en grec sur la géométrie d'Euclide - 1542 et+ (sauf 47 et 52) puis en latin Problème rédigé en 8 vers de « PHILIPPI MELANTHONIS » - et problème rédigé en 12 vers de « IDEM IOACHIMI HELLERI »</i> <i>**Et « ALIUD EIUSDEM » autre strophe de Heller - 1544 +.</i>
DEUXIEME PARTIE : (Fo. XI v à XV r) - 1540 Des fractions ou minutes Définitions - Fraction - Fraction de fraction - Simplification de fraction - Multiplication d'un nombre par une fraction 2 PBS - Réduction au même dénominateur Opérations - Addition - Soustraction - Multiplication - Division De la règle de trois des fractions 3 PBS De la règle de trois inversée 3PBS	<i>*Jacobius Peletarius Lectori - 1545 et +</i> <i>AJOUT D'un premier Problème -1581 (uniquement par Peletier)</i> <i>* « Amoena Exempla » : 12 PROBLEMES DIVERS dont 1 sur l'usure -1544 (puis dans toutes les rééditions suivantes de Wittenberg et Leipzig uniquement + Anvers 1581)</i> <i>*Commentaires de Peletier- Annotations à cette place – 1545+</i> <i>*Commentaires de Peletier et Ioan Stein dans le texte - 1571+</i> <i>*Ajouts Peletier – 1545 et +:</i> <i>- Compendium des fractions astronomiques</i> <i>- De Cognoscendis per memoriam calendis - 1545 et +</i> <i>*Lectori. S. de Peletier +: - *Radices quadratae demonstratio et Radices cubicae demonstratio- 1559 (ajout de Peletier)</i>
TROISIEME PARTIE : (Fo. XV r à XXXIII r)- 1540 Des règles vulgaires A partir de la règle dorée (de trois) - Règle double (<i>Regula duplex</i>) 5 PBS - Règle de compagnie ou de société 10 PBS - Règle d'alligation (alliage) 4 PBS - Règle de faux (règle de fausse position) 7 PBS Extraction des racines - Extraction de racine carrée - Extraction de racine cubique - Des parties ou minutes - Applications 4 PBS Règle de faux - Règle de faux d'une position 8 PBS - De la tierce règle de la chose ou de l'algèbre 3 PBS - De la quatrième règle de la chose 1PB	Errata dans certaines éditions seulement <i>*Traduction et Commentaires de Forcadet – Annotations dans le texte - 1561, 1582 et 1585</i> <i>*Ajouts de Forcadet :</i> - La particulière démonstration de la raison des deux carrés à leurs côtés - La démonstration pour trouver une troisième ligne proportionnelle à deux autres - Proposition de quatre quantités proportionnelles - La démonstration d'une manière de connaître un nombre, conçu de quelqu'un <i>*Ajouts de Lucas Tremblay - 1585</i> - Appendices ou commentaires exemplifiés sur l'Arithmétique de Gemme Phrisson - Deux exemples d'Architecture, tirés de la Sainte Ecriture, l'un du temple de Salomon : et l'autre de l'Arche de Noé